Lista 01 – Matemática - Radiciação

1. (Uem 2014) Com base nos conhecimentos sobre as propriedades de números reais, assinale o que for **correto**.

01) $\left(x^3 - y^3\right) = (x - y)^3$, para quaisquer x e y reais.

02) $\left(\frac{5}{3} - \frac{8}{5}\right)\left(\frac{27}{5} + \frac{96}{10}\right) = 1.$

04) Se $a > 0$ e $\sqrt{a} < a$, então $\sqrt{\sqrt{a}} > \sqrt{a}.$

08) O resultado da soma de um número racional por um irracional é sempre um irracional.

16) Para todo real a, a equação $x^2 = a$ possui solução real.

2. (Ufsc 2013) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S)

01) $2\sqrt{5} < 2 + \sqrt{6}.$

02) O conjunto solução da inequação $\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(x^3 - 1\right)^4 < 0$ é o intervalo $\left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[.$

04) $\frac{\sqrt{0,999...} + \sqrt{0,444...}}{1 + 0,424242...} = \frac{55}{141}.$

08) Entre os números 1 e 1.000.000 (incluindo 1 e 1.000.000), existem 1.000 números naturais quadrados perfeitos.

16) $\left(1^1 \cdot 1!\right) \cdot \left(2^2 \cdot 2!\right) \cdot \left(3^3 \cdot 3!\right) \cdot \ldots \cdot \left(10^{10} \cdot 10!\right) = (10!)^{11}.$

32) Se *a* e *b* são números reais positivos, então $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$

3. (G1 - utfpr 2013) Das expressões abaixo, a única alternativa correta é:

a) $\sqrt{17} < \sqrt[4]{17}.$ b) $2\sqrt{5} < 3\sqrt{5}.$ c) $4\sqrt{3} < 7.$

d) $\pi < \sqrt[5]{240}.$ e) $\sqrt{5} = \frac{223}{100}.$

4. (G1 - cftrj 2012) O "Método das Iterações" fornece um algoritmo que calcula o valor aproximado de raízes quadradas, indicado ao lado: $\sqrt{A} \cong \frac{A + B}{2\sqrt{B}}.$

Onde: A é o número de que desejamos obter o valor aproximado da raiz quadrada e B é o quadrado perfeito mais próximo de A.

Por exemplo, se A = 17, teremos B = 16 e, daí: $\sqrt{17} \cong \frac{17 + 16}{2\sqrt{16}} = \frac{33}{8} = 4,125.$

Aplicando o método acima, qual é o valor aproximado de $\sqrt{33}$?

a) 5,73 b) 5,75 c) 5,77 d) 5,79

5. (Upe 2012) Um número natural N pode ser escrito na forma $a + \sqrt{a}$, sendo *a* um número natural. Esse número N pode ser

a) 45 b) 74 c) 94 d) 110 e) 220

6. (G1 - ifal 2012) Assinale a alternativa correta:

a) $\sqrt{4} + \sqrt{5} = \sqrt{9} = 3$

b) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 3 + 2 = 5$

c) $\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{4}{\left(\sqrt{5} - 1\right)} = \sqrt{5} + 1$

e) $\sqrt{16} = \pm 4$

7. (G1 - ifce 2012) Para todo número real positivo ***a***, a expressão $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}}{\sqrt{a}}$ é equivalente a

a) 1 + $\sqrt{a}$ + a. b) 1 + a + a^2. c) $\sqrt{a}$ + a.

d) $\sqrt{a}$ + a^2. e) 1 + a.

8. (G1 - utfpr 2012) Considere as seguintes expressões:

I. $\frac{3\sqrt{12}}{2} = 3\sqrt{2}$

II. $\left(2\sqrt{3}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

III. $\left(2^4\right)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$

É(são) verdadeira(s), somente:

a) I. b) II. c) III. d) I e II. e) I e III.

9. (Enem 2012) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa *m* pela fórmula $A = k \cdot m^{\frac{2}{3}}$, em que *k* e uma constante positiva.
Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) $\sqrt[3]{16}$ b) 4 c) $\sqrt{24}$ d) 8 e) 64

10. (G1 - cftmg 2012) Simplificando a expressão $\sqrt{\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt[3]{x^4}}}$, na qual $x \in \mathbb{R}^*_+$, obtém-se

a) $\sqrt[12]{x}$ b) $\sqrt[6]{x^5}$. c) $\sqrt[12]{x^5}$. d) $\sqrt[6]{x}$.

11. (Ufsc 2012) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.
01) As únicas possibilidades para o algarismo das unidades do número natural 3^n, para qualquer número natural *n*, são 1, 3, 7 e 9.
02) Se a, b e c são números primos diferentes entre si, então S = ab + ac + bc é sempre um número ímpar.
04) Se uma garrafa de refrigerante custa R$ 3,80 e o refrigerante custa R$ 3,20 a mais do que a embalagem, então a embalagem custa R$ 0,60.
08) O valor numérico de $A = \sqrt{\dfrac{5}{6} - \sqrt{\dfrac{2}{3}}} - \sqrt{\dfrac{1}{2}} + \sqrt{\dfrac{1}{3}}$ é zero.

12. (G1 - epcar (Cpcar) 2012) Considere os números reais

$$x = \sqrt{2,\overline{7}}$$

$$y = \left(\sqrt{0,25} + 16^{-\frac{3}{4}}\right)^{-1}$$

$$z = \frac{\left(-2^2\right)^{2^3} - \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^{3^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}}}{-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2}$$

É **FALSO** afirmar que

a) $\dfrac{z}{y} < -\dfrac{3}{2}$

b) $x - y < \dfrac{1}{5}$

c) $x + z < 0$

d) $x + y + z \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$

13. (Espm 2012) Considerando-se que x = 9731^2, y = 3907^2 e z = $2 \cdot \sqrt{xy}$, o valor da expressão $\sqrt{x + y - z}$ é:

a) 6792 b) 5824 c) 7321 d) 4938 e) 7721

Gabarito:
Lista 01 – Alunos
Matemática - Radiciação (11/02)

Resposta da questão 1:
02 + 08 = 10.

[01] Falsa, pois $x^3 - y^3 = (x-y)\cdot\left(x^2 + x\cdot y + y^2\right).$

[02] Verdadeira, pois
$$\left(\frac{5}{3}-\frac{8}{5}\right)\cdot\left(\frac{27}{5}+\frac{96}{10}\right) = \frac{25-24}{15}\cdot\frac{54+96}{10} = 1.$$

[04] Falsa, pois $\sqrt{\sqrt{16}} = 2,$ portanto, $\sqrt{\sqrt{16}} < \sqrt{16}.$

[08] Verdadeira.

[16] Falsa. Considerando a < 0 a equação x^2 = a não possui solução real.

Resposta da questão 2:
02 + 08 + 16 + 32 = 58.

01) Falsa.

$$2\sqrt{5} < 2+\sqrt{6} \Rightarrow \left(2\sqrt{5}\right)^2 < \left(2+\sqrt{6}\right)^2 \Rightarrow 20 < 10 + 4\sqrt{6},$$

pois 20 = $10+4\sqrt{6,25}$ > $10+4\sqrt{6}$

02) Verdadeira. $\left(x^2-\frac{1}{4}\right)^5\cdot\left(x^3-1\right)^4 < 0$ para

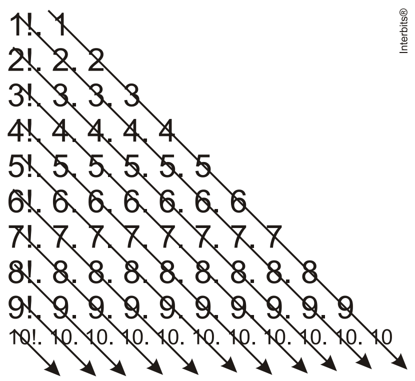
$$\left(x^2-\frac{1}{4}\right) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

04) Falsa.

$$\frac{\sqrt{0,999...}+\sqrt{0,444...}}{1+0,424242...} = \frac{1+\sqrt{\frac{4}{9}}}{1+\frac{42}{99}} = \frac{1+\frac{2}{3}}{1+\frac{42}{99}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{141}{99}} = \frac{5}{3}\cdot\frac{99}{141} = \frac{165}{141}$$

08) Verdadeira, pois todos os elementos do conjunto {1^2, 2^2, 3^2, ..., 999^2, 1000^2} pertencem ao intervalo $[1,1000000].$

16) Verdadeira. Observe o triângulo abaixo.



Efetuando o produto dos resultados dos produtos indicados pelas setas, temos:

(10!).(10!).10!).(10!).(10!).10!).(10!).(10!).10!).(10!).(10!) = $(10!)^{11}$

32) Verdadeira. Partindo da desigualdade válida $(a-b)^2 \geq 0$, temos:

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2.ab \Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 0$$

Resposta da questão 3:
Questão anulada no gabarito oficial.

[A] Verdadeira, pois $\sqrt{17}^4 > \sqrt[4]{17}^4.$
[B] Verdadeira, pois $2 < 3.$
[C] Verdadeira, pois $\left(4\sqrt{3}\right)^2 < 7^2.$
[D] Falsa, pois $\pi > \sqrt[5]{243} > \sqrt[5]{240}.$
[E] Falsa, pois $\sqrt{5}^2 > \left(\frac{223}{100}\right)^2.$

Como as alternativas [A], [B] e [C] estão corretas, a questão foi anulada pela banca.

Resposta da questão 4:
[B]

$$\sqrt{33} = \frac{33+36}{2\sqrt{36}} = \frac{69}{12} = 5{,}75$$

Resposta da questão 5:
[D]

Analisando as alternativas, temos:

$$100 + \sqrt{100} = 110.$$

Resposta da questão 6:
[D]

[A] **Falsa**, pois $\sqrt{4}+\sqrt{5} > 3$.

[B] **Falsa**, pois
$$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2.\sqrt{3}.\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 5 + 2\sqrt{6}.$$

[C] **Falsa**, pois $\frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$.

[D] **Verdadeira**, pois $\frac{4}{\left(\sqrt{5}-1\right)}\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}+1} = \sqrt{5}+1.$

[E] **Falsa**, pois $\sqrt{16} = 4$.

Resposta da questão 7:
[B]

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{a^3}+\sqrt{a^5}}{\sqrt{a}} =$$

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{a^3}+\sqrt{a^5}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+a\sqrt{a}+a^2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}.\left(1+a+a^2\right)}{\sqrt{a}} = \left(1+a+a^2\right).$$

Resposta da questão 8:
[B]

I. Falsa. $\frac{3\sqrt{12}}{2} = \frac{3.2\sqrt{3}}{2} = 3.\sqrt{3}.$

II. Verdadeira. $\left(2\sqrt{3}\right)^{-1} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

III. Falsa. $\left(2^4\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{4\cdot\frac{1}{2}} = 2^2 = 4.$

Resposta da questão 9:
[B]

$$k\cdot(8m)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}}k\cdot m^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2\cdot a\cdot m^{\frac{2}{3}} = 4\cdot A$$

Logo, a área ficará multiplicada por 4.

Resposta da questão 10:
[A]

$$\sqrt{\frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{4}{3}}}} = \sqrt{x^{\frac{3}{2}-\frac{4}{3}}} = \sqrt{x^{\frac{9-8}{6}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6}}} = \sqrt{\sqrt[6]{x}} = \sqrt[12]{1x}.$$

Resposta da questão 11:
01 + 02 + 08 = 11.

01) Verdadeira. $3^\circ = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$ ... (observe que a sequência formada pelos últimos algarismos é periódica)
02) Verdadeira. Se a, b e c forem todos ímpares, o produto será ímpar. Se um deles for 2 (único número par primo), teremos as seguintes situações:

Se a = 2, temos 2b + 2c + bc (ímpar).
Se b = 2, temos 2a + ac + 2c (ímpar).
Se c = 2, temos ab + 2a + 2b (ímpar).

04) Falsa. Considerando x o valor da embalagem, podemos elaborar a seguinte equação:

$$x + x + 3{,}20 = 3{,}80$$
$$2x = 0{,}60$$
$$x = 0{,}30.$$

08) Verdadeira.

$$A = \sqrt{\frac{5}{6}-\sqrt{\frac{2}{3}}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{3}} \quad\Rightarrow\quad A = \sqrt{\frac{5}{6}-\sqrt{\frac{2}{3}}} - \left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right).$$

Provando agora que $\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = \sqrt{\frac{5}{6}-\sqrt{\frac{2}{3}}}$,

demonstraremos que A = 0:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 2.\frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{5}{6} - \sqrt{\frac{4}{6}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{5}{6} - \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\left(\frac{5}{6} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)}$$

Logo, A = 0.

Resposta da questão 12:
[A]

$$x = \sqrt{2{,}\overline{7}} = \sqrt{2+\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

$$y = \left(\sqrt{0{,}25} + 16^{-\frac{3}{4}}\right)^{-1} = \left(\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt[4]{\left(\frac{1}{16}\right)^3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{8}\right)^{-1} = \frac{8}{5}$$

$$z = \frac{\left(-2^2\right)^{2^3} - \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^{3^2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}}}}{-\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}\right]^2} = \frac{2^{16} - \sqrt[15]{2^{9.25}}}{-\left(2^7\right)^2} = \frac{2^{16}-2^{15}}{-2^{14}} = \frac{2^{14}(2^2-2)}{-2^{14}} = -2$$

[A] FALSA. $\frac{z}{y} < -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-2}{\frac{8}{5}} < \frac{-3}{2} \Rightarrow -\frac{5}{4} < -\frac{3}{2}$ (absurdo!)

[B] VERDADEIRA. $x - y < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{5}{3} - \frac{8}{5} < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{15} < \frac{1}{5}$

[C] VERDADEIRA. $x + z < 0 \Rightarrow \frac{5}{3} - 2 < 0$

[D] VERDADEIRA. $x + y + z \notin (\square - \square)$, pois a soma de três números racionais será sempre um número racional.

Resposta da questão 13:
[B]

Como $z = 2\cdot\sqrt{xy}$, segue que

$$x + y - z = x - 2\cdot\sqrt{xy} + y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2.$$

Portanto,

$$\begin{aligned}\sqrt{x+y-z} &= \sqrt{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}\\ &= \sqrt{x} - \sqrt{y}\\ &= \sqrt{9731^2} - \sqrt{3907^2}\\ &= 9731 - 3907\\ &= 5824.\end{aligned}$$